

Прус М.Ю., Жубанов М.С., Лобанов И.А., Прус Ю.В.

Об объективизации экспертных оценок вероятностей редких событий

Аннотация: Обсуждается проблема объективизации экспертных оценок и предлагается способ измерения вероятностей редких событий, основанный на гипотезе о функциональной связи между результатами субъективной оценки и объективного измерения вероятностей, описываемой в соответствии с психофизическим законом Стивенса.

Ключевые слова: экспертные оценки, психофизический закон, теория измерений

Количественная оценка вероятностей редких событий и явлений предполагает, как правило, анализ достаточно большого объема статистических данных, однако достаточно часто имеющиеся выборочные совокупности данных не являются репрезентативными, либо не соответствуют требованиям, предъявляемым к организации систематического статистического учета. Следует также отметить, что в настоящее время какое-либо научное обоснование применения экспертных методов оценок вероятностей отсутствует. Поэтому обоснование экспертных методов оценки вероятностных параметров различных событий является одной из актуальных проблем в области анализа рисков и безопасности в ЧС [1].

Осознание значимости роли познающего субъекта, участвующего в процессе инструментального измерения физических величин привело к формированию понятия «эффект наблюдателя», которое имеет различную интерпретацию в различных областях физики – квантовой механике, общей и специальной теории относительности, космологии и пр. [2, 3].

Характерной особенностью экспертных методов является частичное либо полное слияние познающего субъекта и средства измерения. Исходя из общих положений теории измерений, необходимо построение общей модели экспертных методов, в качестве основных элементов которой рассматривается

совокупность: $S \Leftrightarrow I \Leftrightarrow O$, включающая познающего субъекта – «наблюдателя», средства измерения – «прибор» и объект с «измеряемыми свойствами». Построение подобных моделей и научное обоснование экспертных методов, по мнению авторов настоящей работы, может привести к формированию междисциплинарного научного направления, затрагивающего ряд значимых вопросов, относящихся к теории познания, нейрофизиологии, когнитивной психологии, когнитивной лингвистики, невербальной коммуникации и искусственного интеллекта.

С точки зрения математического обоснования, применение экспертных методов с процедурой перевода вербальных оценок в численные значения, как правило приводит к ошибочной интерпретации результатов [4], непосредственно представленных в ранговой шкале экспертных оценок, но фактически используемых как результаты шкалы отношений.

Разрешение указанного математического противоречия в проблеме количественной оценки вероятностей редких событий на основе экспертных методов возможно при условии введения в общую модель ряда принципиальных соображений, позволяющих установить правила однозначного перевода вербальных оценок в численные значения. Наиболее обоснованным и перспективным направлением при моделировании экспертных процедур представляется применение достижений сенсорной психофизики [5]. Психофизические или сенсометрические методы (вынужденного выбора, минимальных изменений, постоянных раздражителей, оценки, средней ошибки, центральной точки и др.) используются при построении субъективных шкал и измерении чувствительности сенсорных систем. Например, в [6] анализируется функциональная связь между объективной и субъективной вероятностями на основании эмпирических психофизических законов Фехнера и Стивенса.

Для построения модели экспертного метода измерения вероятностей редких событий, основанного на гипотезе о функциональной связи между результатами субъективной оценки и объективного измерения вероятностей, введем пространство элементарных событий, обусловленных конечным набором возможных исходов

$$\Omega = \{a_1, \dots, a_N\}. \quad (1)$$

Для каждого элементарного события определим объективные и субъективные вероятности

$$a_i \rightarrow p_i, \quad a_i \rightarrow q_i, \\ i \in \{1, \dots, N\}. \quad (2)$$

Законы Фехнера и Стивенса, как показано в [8], эквивалентны, но для дальнейшего решения вычислительных задач следует сделать выбор в пользу описания функциональной связи между результатами субъективной оценки и объективного измерения вероятностей в соответствии с законом Стивенса. Тогда отношение объективных вероятностей определяется (в соответствии с законом Стивенса) степенной функцией отношения субъективных вероятностей

$$\frac{p_l}{p_m} = \left(\frac{q_l}{q_m} \right)^W, \quad (3)$$

где W – некоторый параметр, значение которого при оценке редких событий существенно превышает единичное (> 1).

В современных экспертных методах для повышения точности вербальных оценок как правило применяются процедуры парных сравнений альтернатив. Метод парных сравнений основан на выводах психофизических исследований и исходит из предположения о том, что эксперты очень часто ориентируются в ситуации значительно лучше, чем они сами себе это представляют, если им предоставить комфортные условия и дать возможность сосредоточиться на рассматриваемом конкретном вопросе.

Результаты парных сравнений субъективных вероятностей для всего набора возможных исходов сводятся в квадратную матрицу

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & \dots & \dots & \dots & d_{1N} \\ \dots & \dots & d_{ij} & \dots & \dots \\ d_{N1} & \dots & \dots & \dots & d_{NN} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Определять численные значения элементов матрицы (4) рекомендуется на основе вербальной шкалы парных сравнений (таблица 1) для субъективных вероятностей возможных исходов.

Таблица 1 – Шкала парных сравнений вероятностей возможных исходов

Степень	Определение	Объяснение
1	Эквивалентность	Равновозможное наступления исходов
3	Слабое превышение	Некоторое преобладание возможностей наступления одного исхода над другим
5	Сильное превышение	Сильное преобладание возможностей наступления одного исхода
7	Очень сильное превышение	Практически явное преобладание возможностей наступления одного исхода
9	Абсолютное превышение	Наивысшая степень преобладания возможностей наступления одного исхода
2,4,6,8	Промежуточные значения	Компромиссное сравнение возможностей наступления исходов

Обработка матрицы парных сравнений позволяет перейти от относительных значимостей факторов к абсолютным, совокупность которых составляет компоненты главного собственного вектора обратно симметричной матрицы

$$D\vec{X} = \lambda\vec{X},$$

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_N \end{pmatrix}, \quad \sum_{i=1}^N x_i = 1. \quad (5)$$

Недостатки метода собственного значения связаны с невозможностью аналитического решения, при этом численное определение нормированного главного собственного вектора предполагает использование достаточно громоздкого алгоритма. Существуют достаточно простые и эффективные для близких к

согласованным обратно-симметричных матриц приближенные способы определения компонент собственного вектора, которые допускают получение аналитических решений с различной степенью точности. Наиболее точное приближение, из описанных в [7], позволяет получить реализация способа, основанного на вычислении нормированных среднегеометрических величин средних геометрических величин для расположенных в каждой строке элементов матрицы парных сравнений.

Предлагается вычисление субъективных вероятностей как нормированных среднегеометрических величин соответствующих строк матрицы (4) в соответствии с

$$q_l = \sqrt[N]{\prod_{j=1}^N d_{lj}} / \sum_{i=1}^N \sqrt[N]{\prod_{j=1}^N d_{ij}}, \quad l \in \{1, \dots, n\}. \quad (6)$$

Еще одно преимущество рассматриваемого приближенного способа проявляется при определении объективных вероятностей на основе подстановки выражений (6) в соотношение (3). Поскольку субъективные вероятности (6) пропорциональны средним геометрическим элементов соответствующих строк матрицы парных сравнений, в выражении (3) при нахождении отношения субъективных вероятностей происходит сокращение знаменателей

$$\frac{q_l}{q_m} = \sqrt[N]{\prod_{j=1}^N d_{lj}} / \sqrt[N]{\prod_{j=1}^N d_{mj}} \quad (7)$$

Выражение (7) имеет простой и наглядный смысл: отношение субъективных вероятностей равно отношению средних геометрических элементов соответствующих строк матрицы парных сравнений.

Принятие гипотезы о наличии функциональной связи между результатами субъективной оценки и объективного измерения вероятностей представляет, по сути, теоретическое обоснование предлагаемой ниже процедуры объективизации экспертных оценок

вероятностей редких событий. Математическая формализация данной процедуры заключается в определении правил перевода значений ранговой шкалы для экспертных оценок субъективных вероятностей в значения количественной шкалы отношений для соответствующих объективных вероятностей.

Для реализации процедуры объективизации подставляем в (3) отношения субъективных вероятностей в виде (7), а также учитываем условие нормировки вероятностей полной группы событий. В результате получаем систему соотношений, определяющую значения объективных вероятностей для всех возможных исходов

$$\begin{cases} \frac{p_l}{p_m} = \left(\frac{\prod_{j=1}^N d_{lj}}{\prod_{j=1}^N d_{mj}} \right)^{\frac{W}{N}}, \\ \sum_{i=1}^N p_i = 1 \end{cases} \quad (8)$$

Константа W , встречающаяся в (3) и (8) представляет собой параметр, значение которого определяет конкретный вид функциональной связи между результатами субъективной оценки и объективного измерения вероятностей. Для определения численного значения указанного параметра могут применяться как экспертные методы, так и методы, основанные на анализе имеющихся статистических данных.

Рассмотрим, например, ситуацию, в которой хотя бы для одной пары исходов возможна не только экспертная оценка отношения субъективных вероятностей, но и статистическая оценка отношения объективных вероятностей. В данном случае параметр W может быть непосредственно вычислен как показатель степенной функции для отношения субъективных вероятностей, при котором выполняется равенство (3) с отношением соответствующих объективных вероятностей.

Сформулируем основные положения предлагаемого подхода к решению проблемы объективизации экспертных оценок при оценивании вероятностей редких событий, основанного на гипотезе

о функциональной связи между результатами субъективной оценки и объективного измерения вероятностей.

1. Объективизация экспертных оценок вероятностей редких событий возможна на основе принятия гипотезы о наличии функциональной связи между результатами субъективной оценки и объективного измерения вероятностей, определенной в соответствии с психофизическим законом Стивенса (3).

2. Предложен приближенный способ вычисления субъективных вероятностей как нормированных среднегеометрических величин (6) соответствующих строк матрицы парных сравнений возможностей наступления возможных исходов.

3. Определены правила (8) перевода значений ранговой шкалы для экспертных оценок субъективных вероятностей в значения количественной шкалы отношений для соответствующих объективных вероятностей.

Литература:

1. Орлов А.И., Савинов Ю.Г., Богданов А.Ю. Экспертные технологии и их применение при оценивании вероятностей редких событий // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2014. – Т.80. № 3. – С.63-69.

2. Гейзенберг В. Физика и философия. Часть и целое. – М.: Наука, 1989. – 400 с.

3. Бунге М. Философия физики. – М.: Прогресс, 1975. – 348 с.

4. Lootsma F.A. Scale sensitivity in the multiplicative AHP and SMART // Journal Multi-Criteria Decision Analysis. – 1993. – V. 2. – P. 87-110.

5. Терстоун Л. Психофизиологический анализ. / В сб. Проблемы и методы психофизики. – М.: МГУ, 1984. – 296 с.

6. Романчак В.М. Субъективное оценивание вероятности // Информатика. – 2018. – Т. 15. № 2. – С. 74-82.

7. Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г. Математические методы и модели в управлении. – М.: Дело, 2004. – 440 с.
