

5. Кемени Д., Снелл Д. Конечные цепи Маркова. – М.: Мир, 1970. – 271 с.

---

DOI: 10.25728/iccss.2022.96.68.027

**Мистров Л.Е.**

**Метод обоснования задач информационной безопасности  
организационно-технических систем**

**Аннотация:** Предлагается на основе применения методов ветвей и границ метод обоснования приоритетных задач информационной безопасности в структуре организационно-технических систем.

**Ключевые слова:** организационно-техническая система, информационная безопасность, критерий эффективности, метод ветвей и границ, оптимизация

В современных условиях выполнение задач различного предназначения и структурной сложности организационно-технических систем (ОТС) осуществляется во взаимодействии с другими системами. Появление конкуренции обусловило возникновение формы конфликта типа «соперничество», представляющего угрозу устойчивому развитию ОТС, актуализируя решения задачи информационной безопасности (ИБ) на основе применения различного уровня эффективности мероприятий и средств ИБ.

Особенность обоснования задач ИБ, вследствие структурной сложности ОТС, обусловлена необходимостью их определения на нескольких  $j=1, \dots, J$  иерархических уровнях системы. Эффективность (целевая функция)  $R_j$  определения задач ИБ на  $j$ -ом уровне ОТС представляется в виде

$$R_j = \sum_{i \in Z_j} \lambda_{ij} \sum_k P_j(i | H_{ij}^k) P(H_{ij}^k), \quad (1)$$

где  $\lambda_{ij}$  – коэффициент важности решения  $i$ -й,  $i=1, \dots, I$  задачи ИБ на  $j$ -ом уровне ОТС;  $P_j(i | H_{ij}^k)$  – вероятность решения  $i$ -й задачи ИБ на  $j$ -ом уровне ОТС при  $H_{ij}^k$  гипотезе об эффективности мероприятий и средств ИБ;  $P(H_{ij}^k)$  – вероятность гипотезы  $H_{ij}^k$  об уровне эффективности мероприятий и средств ИБ для решению  $i$ -й задачи ИБ на  $j$ -ом на уровне ОТС;  $k$  – количество гипотез об эффективности мероприятий и средств ИБ,  $\sum_k P(H_{ij}^k) = 1$ ;  $Z_j$  – множество задач ИБ, подлежащих решению на  $j$ -ом уровне ОТС.

Постановка задачи по обоснованию задач ИБ состоит в нахождении оптимального решения – максимальной суммарной эффективности решения задач ИБ на всех уровнях ОТС за  $T_3$  ограниченное время

$$R^*(V_o) = \max \sum_{j=1}^J R_j(Z_j); \quad T^* = \min \sum_{j=1}^J \sum_{i \in Z_j} T_{ij}(Z_j); \quad T^* \leq T_3, \quad (2)$$

где  $R^*$  – суммарная эффективность решения задач ИБ на всех уровнях ОТС;  $V_o$  – множество допустимых вариантов решений задач ИБ;  $T^*$  – суммарное время решения задач ИБ на всех уровнях ОТС;  $T_{ij}$  – время решения  $i$ -й задачи ИБ на  $j$ -ом уровне ОТС;  $T_3$  – директивное время решения задач ИБ в структуре ОТС.

Рассматриваемая задача, как задача оптимального управления, относится к классу задач дискретной оптимизации, для решения которой предлагается использовать метод ветвей и границ. Метод реализует последовательный алгоритм определения оптимального решения на основе ветвления (построения дерева решений) всего множества решений на подмножества  $V_e$  в соответствии с выбранным показателем и определения нижних (верхних) оценок или границы на каждом шаге ветвления. Под множеством решений  $V_e \subset V_o$  понимается множество допустимых вариантов задач ИБ с учетом взаимного влияния результатов на предшествующих уровнях структуры ОТС.

В общем случае решение задачи основывается на нахождении  $R$  целевой функции на множестве  $V_o$  допустимых вариантов решения  $i$ -й задачи ИБ на  $i$ -ом уровне ОТС, удовлетворяющей верхней

оценке целевой функции  $R^{\max}(V_\delta)$  с учетом ограничений, определяющих область решения задачи. При этом верхняя оценка целевой функции для всех допустимых вариантов решений  $V_\delta$  должна отвечать условию

$$R^{\max}(V_\delta) \geq R(V_e); \quad V_e \subset V_\delta, \quad (3)$$

то есть оценка по множеству допустимых решений должна быть не хуже оценки по любому входящему в него подмножеству.

Вследствие иерархичности построения структуры ОТС решение задачи (3) осуществляется разбиением исходного множества  $V_\delta = V_0$  решений поиска в соответствии с выбранным признаком на подмножества  $V_0 = \bigcup V_{i,1}$ ,  $V_{i,1} = \bigcup V_{i,2}, \dots$ . При этом на первом шаге выбирается решение  $r_1$  и образуется подмножество  $V_{\eta,1}$ ; на втором производится ветвление подмножества  $V_{\eta,1}$  и вычисляются оценки на подмножествах  $V_{\eta,i,2}$ . Далее выбирается решение  $r_2$ . Процесс ветвления продолжается до тех пор, пока полностью не будет определено решение  $R^*(V_\delta)$ , соответствующее условию оптимальности (3); в этом случае выделенное подмножество решений включает в себя только один вариант  $R^*(V_\delta)$ .

Для решения задачи предположим, что  $V_\delta$  множество допустимых вариантов решений формируется при условии, что каждая задача ИБ решается на всех уровнях ОТС только один раз. Принимаем также в выражении (1)  $k=1$  и  $P(H_{ij}^k) = 1$ . Тогда оптимизация решения задачи обоснования задач ИБ при ограничении на общее время  $T^*$  представляется в виде

$$R^*(V_\delta) = \max \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I \lambda_{ij} P_{ij}(V_\delta), \quad (4)$$

при

$$T^* = \min \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^I T_{ij}(V_\delta); \quad T^* \leq T_s, \quad P_{ij}(V_\delta) = [0;1]. \quad (5)$$

Такое представление задачи позволяет осуществить поиск ее решения на основе дерева ветвления. С этой целью подмножества первого уровня разбиения формируются путем фиксирования на этом уровне одной из задач  $(V_{1,1}, V_{2,1}, \dots, V_{i,1}, \dots, V_{I,1})$ . Например, множество  $V_{2,1} = V_{\eta,1}$  включает в себя все варианты, где вторая задача решается на первом уровне структуры РЭО, а разбиение остальных задач по уровням  $\overline{2, J}$  произвольное. Аналогично, множество второго уровня формируется фиксированием на этом уровне одной из задач, оставшихся незакрепленными после выбора задачи  $r_1=2$ , решаемой на первом уровне. Так, множество  $V_{\eta;i,2}$  включает в себя варианты решений, где на первом уровне решается задача  $r_1$ , на втором уровне любая задача  $i = \overline{1, I}$ , кроме  $r_1$  ( $i \neq r_1$ ), а остальные задачи имеют произвольное распределение по оставшимся уровням  $\overline{3, J}$  и т.д. Для каждого из подмножеств (вершин дерева) строится верхняя оценка целевой функции и нижняя оценка ограничения. Общее выражение верхней оценки целевой функции  $R(V_s)$  для множества вариантов  $V_o$  на уровне  $s$  с учетом [1, 2] строится в виде

$$R(V_s) = \sum_{j=1}^s \lambda_{r_j, j} \cdot P_{r_j, j}(V_{r_j}) + \sum_{j=s+1}^J \max_{i, i \neq r_1, \dots, r_s} \lambda_{ij} P_{ij}(V_o), \quad (6)$$

а общее выражение для нижней оценки ограничения

$$T(V_s) = \sum_{j=1}^s T_{r_j, j}(V_{r_j}) + \sum_{j=s+1}^J \min_{i, i \neq r_1, \dots, r_s} T_{i, j}(V_o), \quad (7)$$

где  $r_j$  – номер внутренней задачи на уровне  $j < s$ .

Оценка для функции ограничения (7) необходима для исключения из процесса распределения множества заранее не подходящих вариантов решения с учетом ограничения на общее время решения задачи обоснования задач ИБ.

Оценку обоснования задач ИБ в структуре ОТС рассмотрим применительно к следующему примеру. Пусть определены матрицы вероятностей  $P$  и временных затрат  $T$  на определение задач ИБ и установлены значения важности  $\lambda_{ij}$  решения  $I=5$  задач ИБ на  $J=5$  уровнях ОТС:

$$P = \begin{bmatrix} 0,7 & 0,4 & 0,3 & 0,5 & 0,4 \\ 0,6 & 0,5 & 0,6 & 0,5 & 0,3 \\ 0,8 & 0,7 & 0,6 & 0,5 & 0,3 \\ 0,9 & 0,8 & 0,7 & 0,3 & 0,8 \\ 1,0 & 0,5 & 0,4 & 0,4 & 0,6 \end{bmatrix}^T, \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 9 & 7 \\ 8 & 7 & 6 & 9 & 10 \\ 5 & 3 & 6 & 11 & 6 \\ 6 & 7 & 5 & 12 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 4 & 5 \end{bmatrix}^T,$$

$$\lambda_{i,j=1} = 5; \lambda_{i,j=2} = 4; \lambda_{i,j=3} = 3; \lambda_{i,j=4} = 2; \lambda_{i,j=5} = 1.$$

Тогда

$$\lambda_{ij}P_{ij} = \begin{bmatrix} 3,5 & 2,0 & 1,5 & 2,5 & 2,0 \\ 2,4 & 2,0 & 2,4 & 2 & 1,2 \\ 2,4 & 2,1 & 1,8 & 1,5 & 0,9 \\ 1,8 & 1,6 & 1,4 & 0,6 & 1,6 \\ 1,0 & 0,5 & 0,4 & 0,4 & 0,6 \end{bmatrix}^T.$$

Решение задачи состоит в нахождении максимального значения  $R^*(V_0)$  – оптимального пути на дереве задач ИБ в структуре ОТС при общем времени решения задачи, не превышающем  $T_3 = 23$  мин, т.е.  $T^* \leq 23$  мин.

Так как каждая задача ИБ на множестве допустимых вариантов решается только один раз, то возможно упростить матрицы  $\lambda_{ij}P_{ij}$  и  $T$ , исключив варианты, для которых не выполняется ограничение на  $T_3$ , общее время решения задачи

$$\sum_{k=1}^{i-1} \min_{\substack{r=1,\dots,5 \\ r \neq j}} T_{kr} + T_{ij} + \sum_{k=i+1}^5 \min_{\substack{r=1,\dots,5 \\ r \neq j}} T_{kr} > T_3, \quad i = \overline{1,5}; \quad j = \overline{1,5}; \quad r \neq j. \quad (8)$$

Используя условие (9) и учитывая ограничение по времени, можно из матриц  $\lambda_{ij}P_{ij}$  и  $T$  исключить варианты решений (элементы), которые не влияют на выбор оптимального пути поиска задач ИБ. После проведения такого преобразования матрицы  $\lambda_{ij}P_{ij}$  и  $T$  будут иметь вид

$$\lambda_{ij}P_{ij} = \begin{bmatrix} 3,5 & 2,0 & - & - & - \\ 2,4 & 2,0 & 2,4 & 2,0 & 1,2 \\ 2,4 & 2,1 & - & - & 0,9 \\ 1,8 & 1,6 & 1,4 & - & 1,6 \\ 1,0 & 0,5 & - & 0,4 & 0,6 \end{bmatrix}^T; \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 3 & - & - & - \\ 8 & 7 & 6 & 9 & 10 \\ 5 & 3 & - & - & 6 \\ 6 & 7 & 5 & - & 8 \\ 5 & 6 & - & 4 & 5 \end{bmatrix}^T.$$

из которых видно, что исходные матрицы упростились.

Теперь, исходя из полученных в результате преобразований матриц, осуществим непосредственное решение задачи. Дерево решений задач ИБ в структуре ОТС на пяти уровнях элементов с учетом построенных оценок (6) и (7) приведено на рисунке 1.

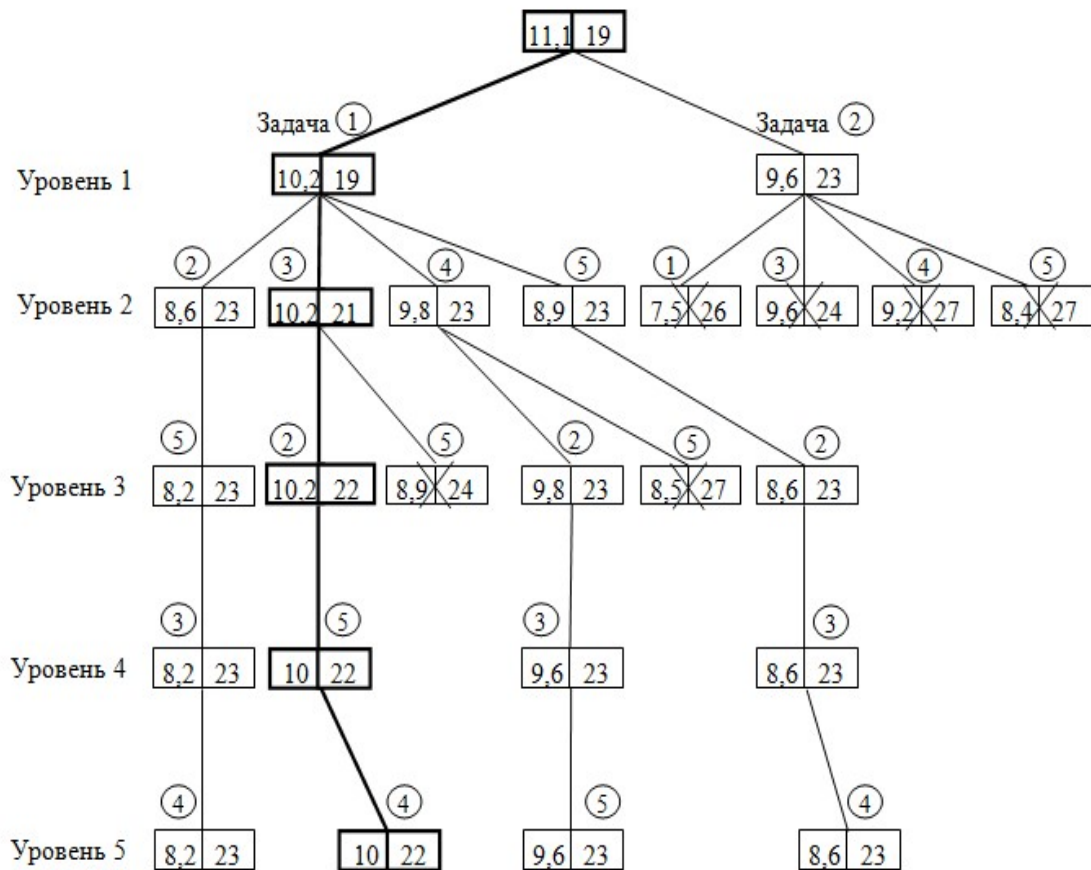


Рисунок 1 – Оптимальный путь распределения задач ИБ по задачам и уровням принятия решений в структуре ОТС

На нем в корневой вершине дерева приведены предельная верхняя граница функции цели  $R^{\max}(V_0)=11,1$  и предельная нижняя

граница времени поиска  $T^{\min}(V_0)=19$  мин. В левой части остальных вершин для каждого уровня указаны текущая верхняя граница значения функции цели  $R(V_s)$ , в правой части – нижняя граница общего времени  $T(V_s)$ . Жирными линиями выделен путь поиска оптимального решения на множестве  $V_o$  допустимых вариантов. Результаты обоснования задач ИБ ОТС состоят в распределении ресурса средств ИБ: на 1-ом уровне решается задача №1; на 2-ом – №3; на 3-ем – №2; на 4-ом – №5 и на 5-ом – №4.

Результаты проведенных расчетов задач ИБ ОТС показали, что оптимальное значение целевой функции составляет  $R^*(V_o) = 10$  при  $T^*(V_o) = 22$  мин, не превышающем  $T_z=23$  мин.

Предложенный метод обеспечивает решение задачи обоснования задач ИБ для различной типа и структурной сложности ОТС на основе оптимального распределения временного ресурса средств ИБ на иерархических уровнях системы.

Литература:

1. Мистров Л.Е. Метод выбора и распределения ресурсов в обеспечивающих организационно-технических системах // Автоматизация и современные технологии. – 2006. – №11. – С. 24-29.
2. Денисов А.А., Колесников Д.Н. Теория больших систем. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 287 с.

---

DOI: 10.25728/iccss.2022.83.42.028

**Саломатин А.А.**

### **Анализ характеристик аппаратного обеспечения для задач информационной безопасности**

**Аннотация:** В работе авторами проводится исследование характеристик аппаратного обеспечения для решения задач информационной безопасности. Выделяют наиболее значимые задачи, среди которых основное внимание в работе уделено задачам аутентификации и идентификации пользователей. Рассматриваются статические и динамические характеристики основных аппаратных